

Chapitre IV

Gouttes vibrées (2) : modes non-axisymétriques.

Sommaire

IV.1 Introduction	103
IV.2 Matériels et méthodes	106
IV.2.1 Dispositif expérimental	106
IV.2.2 Matériel	107
IV.2.3 Traitement des images	107
IV.2.4 Procédures expérimentales	109
IV.3 Résultats	109
IV.3.1 Régime transitoire : temps de montée de l'instabilité	111
IV.3.2 Régime stationnaire : amplitude du mode instable	113
IV.3.3 Diagramme de stabilité	114
IV.3.4 Effets d'hystérésis de l'amplitude des modes	115
IV.3.5 Modes harmoniques	116
IV.3.6 Fréquences de résonance	116
IV.4 Interprétation	117
IV.5 Conclusion et Perspectives	125
Bibliographie	126

IV.1 Introduction

Nous avons étudié au Chapitre II les modes de fluctuation d'une ligne de contact flottante sur un substrat liquide. En régime inertiel, ces modes sont propagatifs et traduisent un échange entre énergie potentielle élastique de la ligne et énergie cinétique. Nous avons étudié

ces modes propagatifs dans le cas d'une ligne. La relation de dispersion s'écrit [1] :

$$\omega^2 = \frac{\mathcal{T}}{2\rho e_c} q^3 \quad (\text{IV.1})$$

Notre but est ici d'observer ces modes de fluctuation de la ligne de contact sur substrat solide. Ceux-ci interviennent dans la dynamique d'une ligne de contact piégée par des défauts qui régit la dynamique des gouttes et des interfaces. Sur un substrat liquide, on a vu que l'on peut agiter la ligne comme une corde en la tenant par une tige. Ceci est impossible sur substrat solide, car la ligne n'est pas mobile. La difficulté d'observation de ces modes est donc liée à l'hystérésis de l'angle de contact. On a par conséquent utilisé des vibrations verticales du substrat qui en fournissant globalement de l'énergie en chaque point de la ligne, vont permettre de surmonter les effets de l'hystérésis.

On dépose des flaques ($R > \kappa^{-1}$) qui sont circulaires au repos. Notre but est d'étudier les fluctuations du contour de ces grosses gouttes appelées "Triplons". L'équation de dispersion associée à ces modes discrets, en fonction du nombre de longueurs d'onde le long du contour de la goutte ($qR = m$), déjà calculée pour une flaque flottante (II.8), s'écrit en régime inertiel :

$$\omega^2 = \frac{\mathcal{T}}{2\rho e_c} \frac{m(m^2 - 1)}{R^3} \quad (\text{IV.2})$$

Lorsque m devient grand, on retrouve la situation unidimensionnelle, $\omega^2 \sim q^3$, décrite en détail pour une ligne flottante (II.7).

C'est dans la perspective d'observer ces modes sur un substrat solide que nous avons ainsi commencé par étudier l'effet de vibrations d'amplitude modérée sur une goutte déposée en mouillage partiel. Nous avons vu qu'au-dessus d'un seuil en accélération, Λ_u (dépendant de l'hystérésis de l'angle de contact, de la fréquence d'excitation et de la taille de la goutte), la ligne se décroche du substrat et le rayon de la goutte se met à osciller périodiquement [2]. Ces modes (Type II) sont axisymétriques, la ligne étant à tout instant circulaire. Pour des amplitudes encore plus grandes, on peut observer les modes non-axisymétriques qui nous intéressent : on les appellera **modes de contour**. Ils consistent en des oscillations régulières du contour de la goutte caractérisées par le nombre m ($m = 2, 3, 4, \dots$) qui est le nombre de lobes.

De tels modes appelés aussi modes "polygonaux" ont été étudiés pour la première fois pour des gouttes aplaties en évaporation rapide (gouttes de Leidenfrost ¹), pour lesquelles ils apparaissent spontanément [4], [5]. L'expérience consiste à déposer des gouttes de liquide cryogénique (Azote, Oxygène, ...) sur des plaques à température ambiante, soit nettement supérieure à la température de vaporisation T_V . Au delà d'une température critique (point de Leidenfrost), un film de vapeur se forme entre le liquide et le solide support, la goutte n'est plus en contact avec celui-ci et la dissipation associée aux mouvements horizontaux

¹Pour une étude récente de ces gouttes particulières, (phénomène de caléfaction) voir [3]

de la goutte est très faible. C'est une autre façon d'éviter les effets d'hystérésis de l'angle de contact : on peut considérer la goutte en situation de mouillage nul ($\theta = 180^\circ$, $H = 0$). La goutte s'évapore lentement du fait de la faible conduction thermique à travers le film de vapeur. Son rayon moyen diminue petit à petit (la durée de vie d'une goutte de 1 mL est de l'ordre de plusieurs minutes). Dans le même temps la goutte présente spontanément des modes polygonaux. Au fur et à mesure de l'évaporation, des transitions se produisent spontanément et le nombre m change. La même expérience peut être réalisée en utilisant des gouttes d'eau déposées sur des plaques portées à $250^\circ\text{C} - 300^\circ\text{C}$. Adachi et al. [6] ont étudié théoriquement ces modes spontanés. Ils ont déterminé pour des gouttes de rayon grand devant la longueur capillaire ($R \gg \kappa^{-1} = \sqrt{\gamma/(\rho g)}$) la fréquence naturelle du mode m :

$$\omega_m^2 = \frac{\gamma m(m^2 - 1)}{\rho R^3} \quad (\text{IV.3})$$

qui est identique à l'expression que nous avons calculée pour des ondes de lignes (IV.2) avec $\theta_E = \pi$. Dans notre cas, ω_m dépend de l'angle de contact par le biais de \mathcal{T} et e_c .

D'autres études ont été réalisées pour observer ces modes en régime forcé, sur des substrats en situation de mouillage nul. Aussillous et al. [7] les ont observés en vibrant verticalement des "gouttes enrobées" de poudre présentant des propriétés de mouillage très particulières et un angle de contact proche de 180° . Fautrelle et al. [8] ont utilisé de grandes gouttes de mercure sur du plexiglass dépoli et soumises à un champ magnétique vertical oscillant. Ils observent des modes d'oscillation très réguliers. Dans [9], les auteurs ont étudié l'éjection de gouttelettes lors de la vibration verticale de grosses gouttes déposées à haute fréquence (centaines de Hz). Ils ont observé qualitativement des modes non-axisymétriques avec $m \simeq 15 - 20$.

Enfin, Yoshiyasu et al. [10] ont publié la seule étude (à notre connaissance) consistant à observer les modes polygonaux pour des gouttes déposées sur un substrat très hydrophobe et vibré verticalement. Les surfaces qu'ils ont utilisées sont texturées et présentent des angles de contact de l'ordre de 140° .

- Ils ont réalisé une étude qualitative et montré que la fréquence des modes est égale à la moitié de la fréquence d'excitation (modes subharmoniques). Nous étudions ici ces modes de façon quantitative pour détailler leurs différentes caractéristiques. Nous verrons de plus que l'on peut aussi les observer à la même fréquence que celle d'excitation (modes harmoniques).
- Ils expliquent la nature paramétrique de l'excitation de ces oscillations avec un modèle simple qui correspond à une vision quasi-statique du phénomène. Nous verrons comment leur modèle peut-être amélioré en tenant compte des résultats du chapitre précédent sur les modes de Type II. Nous verrons notamment que pour prédire l'apparition des modes linéairement instables, le modèle quasi-statique n'est valable qu'à basse fréquence.
- En outre ils affirment que ces modes ne peuvent apparaître que pour des angles supérieurs à 90° . Ils les associaient sans doute non pas à la déformation de la ligne de contact

mais à celle de l'équateur, défini uniquement pour $\theta > 90^\circ$. Nous montrerons que ces modes sont des modes de ligne (Triplons) et qu'on peut les observer pour tout angle θ_E , en particulier pour $\theta_E = 50^\circ$ pour des flaques d'éthanol sur du Téflon. L'utilisation de surfaces super hydrophobes comme les gouttes enrobées, les substrats texturés et aussi en quelque sorte les gouttes de Leidenfrost présente l'avantage de s'affranchir de l'hystérésis car les gouttes reposent sur un coussin d'air [11]. Elles ressemblent à nos flaques flottantes sur un liquide. Nous allons voir qu'on peut même les observer en utilisant de simples surfaces de Polystyrène ou de Téflon (à condition de s'affranchir de l'hystérésis). L'hystérésis de l'angle de contact sera ici un paramètre important pour délimiter le domaine d'apparition de ces modes.

Nous présentons d'abord le dispositif expérimental puis les résultats concernant la mesure des seuils d'instabilité, la croissance des modes, leur diagramme de stabilité. Enfin nous présentons un modèle permettant d'interpréter nos résultats. Nous discutons le rôle des paramètres comme le rayon de la goutte R , l'angle de contact d'équilibre θ_E , l'hystérésis de l'angle de contact $H = \cos\theta_r - \cos\theta_a$.

IV.2 Matériels et méthodes

IV.2.1 Dispositif expérimental

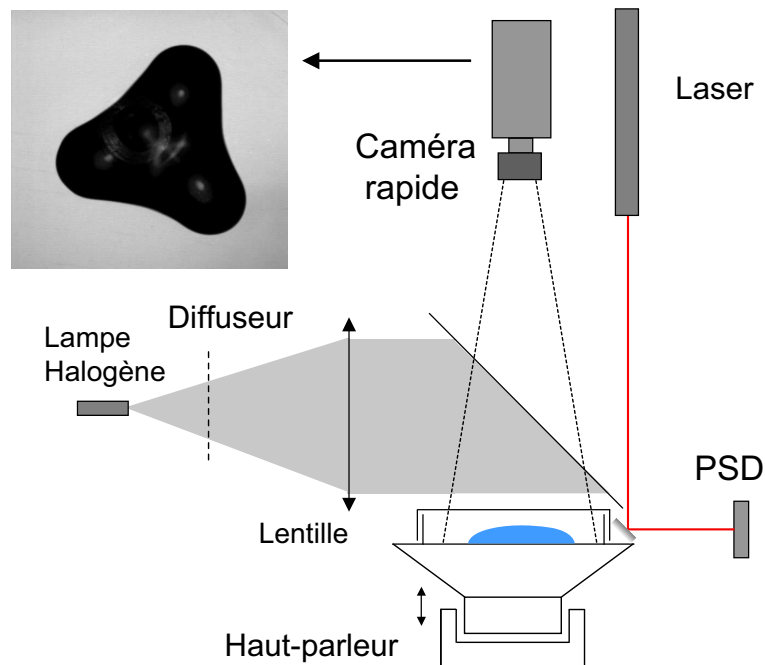


FIG. IV.1 – Dispositif expérimental pour étudier les modes de contour.

Nous avons utilisé le même dispositif expérimental que celui présenté au chapitre précédent

pour générer les vibrations et les mesurer. La méthode d'observation et de mesure utilisée correspond à la méthode 2) du chapitre précédent pour les modes de Type II (voir III.4.1). On utilise la caméra rapide en vue de dessus comme indiqué à la Fig. IV.1.

Comme précédemment on suit la dynamique de gouttes de volume V déposées sur un substrat solide soumis à une accélération sinusoïdale : $a = -(2\pi f)^2 u_0 \cos(2\pi ft) = -\Lambda \cos(2\pi ft)$, avec u_0 le déplacement vertical du substrat.

IV.2.2 Matériel

Dans la plupart des expériences, le liquide utilisé est de l'eau Ultra Pure. Les volumes déposés sont de l'ordre de 0.6 mL à 3 mL (flaques de rayon de 6 à 18 mm). On a aussi utilisé de l'éthanol pour obtenir sur les même substrats des angles de contact plus faibles.

On a majoritairement utilisé deux types de substrat :

1. Les boîtes de Pétri en Polystyrène identiques à celles utilisées pour les expériences présentées au chapitre III, présentant les angles : $\theta_a = 92 \pm 1^\circ$, $\theta_r = 78 \pm 1^\circ$ et l'hystérésis $H = 0.24$.
2. Des wafers de Silicium recouverts d'un film de Téflon amorphe (Teflon AF 1601) par spin-coating avec $\theta_a = 125 \pm 1^\circ$, $\theta_r = 115 \pm 1^\circ$ et l'hystérésis $H = 0.15$. Ce deuxième type de substrat présente donc un angle de contact plus grand et surtout un hystérésis plus faible.

Comme précédemment, les substrats sont légèrement incurvés pour éviter la fuite des gouttes. La méthode est la même que précédemment. Les wafers de silicium doivent être pris peu épais (0.5 mm) et assez grands (3 pouces : 76 mm) pour pouvoir être déformés facilement. Un certain soin doit cependant être apporté pour éviter qu'ils ne se cassent. De manière générale la différence de hauteur entre le fond de la boîte de Pétri et ses bords est inférieur à 1 mm (pour un diamètre de 100 mm). Pour les wafers on est limité à 0.5 mm.

IV.2.3 Traitement des images

Pour chaque valeur de fréquence f , accélération Λ et volume de goutte V qui nous intéresse, on enregistre un film avec la caméra rapide qui contient au maximum 546 images à 250 image/seconde. Les images sont ensuite transférées sur le disque dur de l'ordinateur et le traitement se fait à posteriori en utilisant un programme Labview Imaq Vision.

L'éclairage utilisé est quasi parallèle et arrive verticalement sur la goutte. La faible ouverture numérique de l'objectif de la caméra limite l'inclinaison avec la verticale des rayons qu'elle collecte. Ainsi seuls les rayons réfléchis sur des parties peu inclinées de la goutte sont collectés par la caméra. Les régions de l'interface présentant un angle faible avec l'horizon-

taille apparaissent donc en clair (ainsi que le substrat qui est proche d'être plat), les zones de l'interface inclinées apparaissent en foncé, c'est toujours le cas de la zone du ménisque près de la ligne de contact. C'est cette propriété qui est utilisée pour déterminer les coordonnées du contour de la goutte. La forte différence de niveau de gris entre la goutte et le substrat permet de repérer facilement par une opération de détection de bord le contour de la goutte.

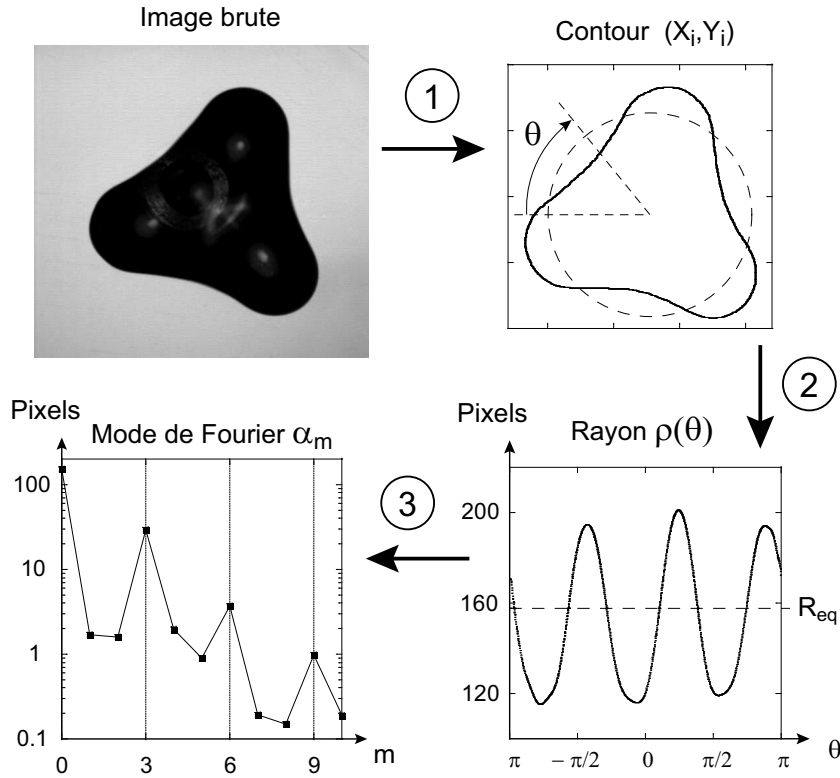


FIG. IV.2 – Traitement des images : détermination du contour (X_i, Y_i) puis $\rho(\theta)$ et enfin sa transformée de Fourier pour obtenir les modes α_m en diagramme Log-Log.

Pour arriver à mesurer les modes de Fourier du contour α_m , on procède à un traitement en étape :

1. A l'aide d'un programme Labview Imaq Vision, on détermine les pixels du contour par détection de bord, les coordonnées des pixels du contour sont enregistrées dans un fichier (X_i, Y_i) , puis le centre de la goutte est calculé (isobarycentre).
2. On déduit en coordonnées cylindriques la position de la ligne (θ_i, ρ_i) , que l'on calcule ensuite pour des valeurs régulièrement espacées de l'angle : $\rho(\theta)$ avec $\theta = \left(\frac{2\pi n}{N}\right)$, $n = 0 \dots 360$.
3. On calcule enfin la transformée de Fourier de cette fonction pour obtenir l'amplitude de chaque mode de nombre azimutal m : $\alpha_m = \sum_{n=0}^{N-1} \rho\left(\frac{2\pi n}{N}\right) e^{i(2\pi i m n)/N}$.

On traite toutes les images d'un film pour obtenir les séries temporelles $\alpha_m(t)$. Nous avons vu qu'on ne mesure pas la position réelle de la ligne de contact en vue de dessus mais le

rayon maximal de la goutte, la différence est de 2% pour des angles de $\theta = 120^\circ$, on négligera donc cet effet.

IV.2.4 Procédures expérimentales

La goutte est initialement au repos, et présente une forme circulaire. On commence alors l'excitation à une fréquence f et une amplitude d'accélération Λ données, que l'on incrémente ensuite. On réalise deux types de mesures (procédures 1. et 2.) :

1. On enregistre des films depuis la période transitoire de croissance à la saturation de l'instabilité et l'on en déduit les séries temporelles $\alpha_m(t)$.
2. On enregistre les films en variant la période d'oscillations. Lorsqu'un régime permanent a été atteint, on mesure les séries temporelles de l'amplitude des modes $\alpha_m(t)$, et on calcule l'amplitude des oscillations crête à crête de chaque mode : A_m .

IV.3 Résultats

En faisant varier le rayon de la goutte, la fréquence et l'accélération nous avons observé une très grande variété de comportements. S'ajoutent à ces paramètres l'angle de contact et l'hystérésis de l'angle de contact qui rendent encore plus riches les possibilités de comportements différents.

Lorsqu'on augmente l'accélération, on observe d'abord les modes de Type I puis la transition vers les modes de Type II (variations périodiques du rayon à la fréquence d'excitation représentant le mode $m = 0$) que l'on a décrit au chapitre précédent. Ces modes se produisent près de fréquences de résonance notées ω_k , on a surtout travaillé près du mode fondamental ($k = 1$).

Au-dessus d'un deuxième seuil en accélération, on peut observer l'apparition des modes polygonaux. Les principaux modes sont sous-harmoniques, leur fréquence vaut la moitié de la fréquence d'excitation. Si l'on regarde deux phases de l'oscillation, séparées d'une demi-période, pour lesquelles l'amplitude du mode m concerné est la plus grande, on trouve la même image à une rotation de π/m près, voir Fig. IV.3 (mode $m=2$) et Fig. IV.4 (mode $m=3$).

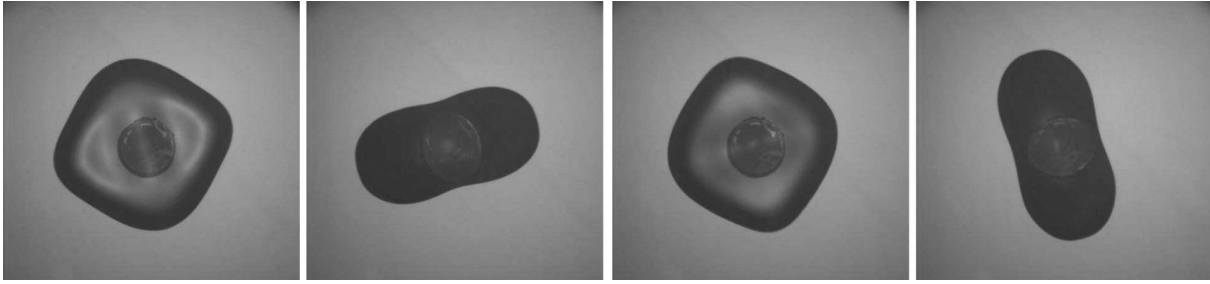


FIG. IV.3 – Mode sous-harmonique $m=2$, chaque image est séparée d'une demi période d'excitation. Eau sur Polystyrène, $f_e = 7.6Hz$, $\Lambda = 0.46g$, $V=1$ mL, $R_e = 10.7$ mm. Largeur image : 39 mm.

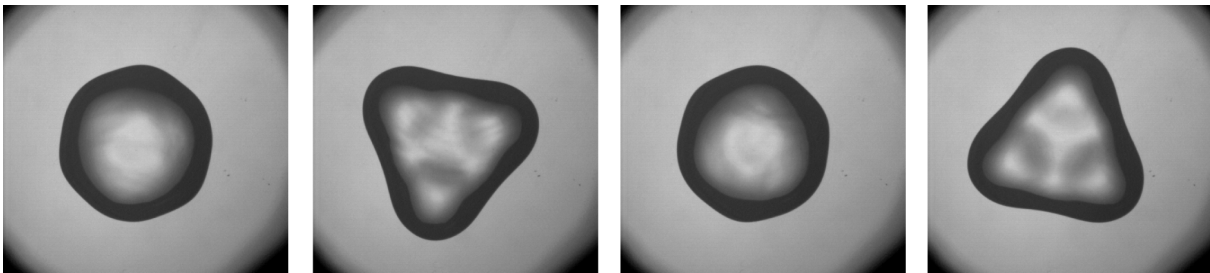


FIG. IV.4 – Mode sous-harmonique $m=3$, chaque image est séparée d'une demi période d'excitation. Eau sur Téflon, $f_e = 6.8Hz$, $\Lambda = 0.22g$, $V=2.6$ mL, $R_e = 14$ mm. Largeur image : 50 mm.

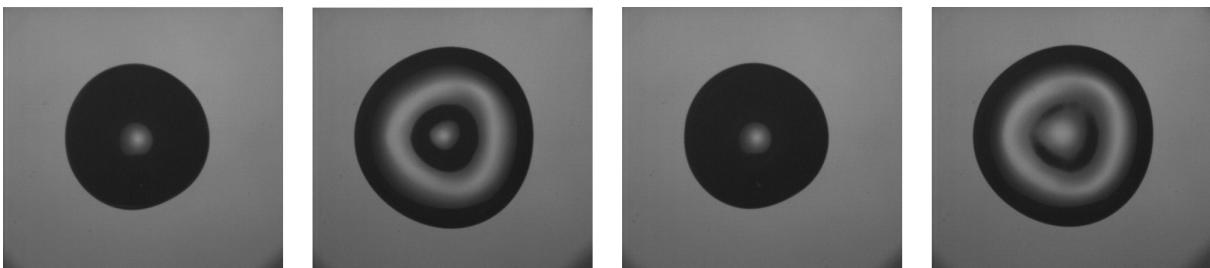


FIG. IV.5 – Mode harmonique $m=3$, chaque image est séparée d'une demi période d'excitation. Eau sur Téflon, $f_e = 5.9Hz$, $\Lambda = 0.39g$, $V=1.45$ mL, $R_e = 11$ mm. Largeur image : 38 mm.

On a aussi observé des modes polygonaux harmoniques (leur période d'oscillation étant égale à celle d'excitation, et non le double), de faible amplitude. Deux phases de l'oscillation, séparées d'une demi-période, pour lesquelles l'amplitude du mode m concerné est la plus grande, ne présentent pas le même motif car ces modes se superposent au mode $m=0$ d'amplitude beaucoup plus grande (voir Fig. IV.5).

Très souvent, le mode $m = 3$ harmonique apparaît dans le même domaine de fréquence que le mode $m = 2$ sous-harmonique, il en est de même pour les modes $m = 4$ ou 5 harmo-

niques avec le mode $m=3$ sous harmonique. Cela complique un peu l'analyse expérimentale, on a plusieurs modes en même temps, mais leur amplitude est faible. Nous allons donc tenter de faire ressortir différentes caractéristiques particulières des modes non-axisymétriques observés.

IV.3.1 Régime transitoire : temps de montée de l'instabilité

Nous avons suivi la procédure 1. (IV.2.4) pour étudier la croissance de l'amplitude des modes.

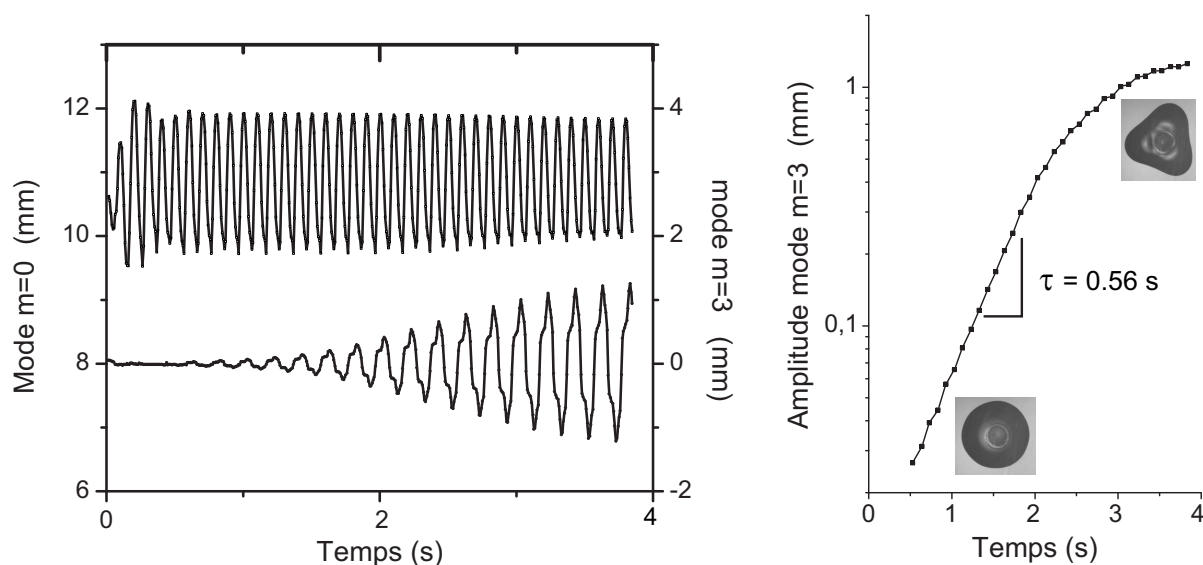


FIG. IV.6 – A gauche : amplitude des modes $m=0$ (en haut, échelle à gauche) et $m=3$ (en bas, échelle à droite) en mm, en fonction du temps, $f=10$ Hz, $\Lambda = 0.69$ g, $R = 10.8$ mm. Le temps $t=0$ correspond au début de l'excitation. A droite : graphique semi-Log représentant l'amplitude crête à crête du mode $m=3$ en fonction du temps. La partie droite est une exponentielle, ensuite on observe la saturation due aux effets non-linéaires.

Sur la Fig. IV.6, nous pouvons voir qu'après le début de l'excitation à $t=0$, le rayon commence à osciller pendant une première période transitoire classique des oscillateurs forcés. On peut même voir l'enveloppe de la courbe $R(t)$ qui présente quelques oscillations dues à la différence entre fréquence naturelle et fréquence forcée. Ensuite les oscillations du rayon atteignent un régime permanent, l'amplitude est constante.

On constate ensuite la croissance du mode $m = 3$ puis sa saturation. Les oscillations ne sont pas sinusoïdales. On voit aussi que l'amplitude du mode $m = 0$ diminue légèrement lorsque celle du mode $m = 3$ devient conséquente. Ce phénomène montre que le couplage qui est très fort du mode $m = 0$ vers le mode $m = 3$, existe aussi dans l'autre sens. Cela complique le traitement expérimental puisque l'amplitude du mode $m = 0$ n'est pas vraiment

un paramètre que l'on maintient fixé comme l'accélération. En tout cas on atteint en général un régime permanent avec une amplitude constante pour les modes $m = 0$ et $m = 3$. Ce sont ces amplitudes que l'on reportera dans les diagrammes d'amplitudes (procédure 2., voir la section suivante). Dans certaines régions du diagramme (f, Λ) , on observe un régime quasi-périodique pour lequel les amplitudes des modes varient plus ou moins lentement.

En traçant en diagramme semi-logarithmique l'amplitude crête à crête du mode $m = 3$, on vérifie que l'on a une croissance exponentielle du mode, avec un temps caractéristique τ ; cela a aussi été vérifié pour le mode $m = 2$. Ce résultat est important et confirme la grande différence entre le mode forcé et harmonique $m=0$ et les modes sous-harmoniques $m=2, 3, 4...$ résultants d'une instabilité. Ensuite on a une saturation de l'amplitude vers une valeur constante due aux effets non linéaires qui tendent à limiter l'amplitude des oscillations.

Nous avons vérifié que le temps de croissance de l'instabilité augmente lorsqu'on se rapproche du seuil par valeurs supérieures. On montre Fig. IV.7 la variation de l'inverse du temps de croissance $1/\tau$ pour le mode $m = 2$ en fonction de la variation du rayon ΔR pour laquelle on utilise le paramètre $3\Delta R/R$. On a aussi tracé $1/\tau$ en fonction de l'accélération en utilisant le paramètre : $3\Lambda/(4g)$. On verra l'utilité de ces deux paramètres dans la suite (IV.4). On a simplement, d'après III.4.7, en basses fréquences : $3\Delta R/R = 3/4 \Lambda/g$.

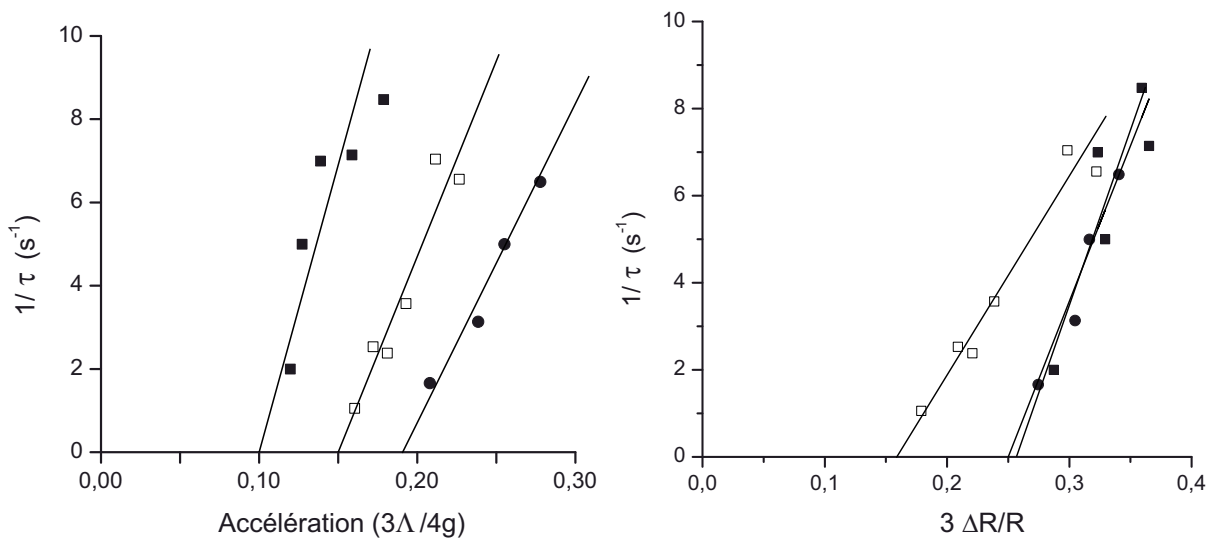


FIG. IV.7 – A gauche : temps de croissance de l'instabilité du mode $m=2$ en fonction de l'accélération ($3\Lambda/4g$) ; ■ : 9.3 Hz, □ : 8 Hz, ● : 7.4 Hz. A droite : idem en fonction de la variation du rayon ($3\Delta R/R$), on a fait figurer un ajustement linéaire pour la courbe à 8 Hz. Téflon, $R=9.3$ mm. ■ : 9.3 Hz, □ : 8 Hz, ● : 7.4 Hz.

On constate que les courbes sont différentes suivant le paramètre utilisé pour les tracer (accélération ou variation du rayon). La variation du rayon utilisée est mesurée dans le régime stationnaire d'oscillation, après le régime transitoire. Nous verrons dans la partie interprétation que la variation instantanée du rayon au début des oscillations est très im-

portante. A grande amplitude, le temps caractéristique devient très faible. Les mesures sont alors difficiles puisque τ devient inférieur à une demi-période d'oscillation.

IV.3.2 Régime stationnaire : amplitude du mode instable

Nous avons suivi la procédure 2. (IV.2.4) pour étudier la variation de l'amplitude des modes avec l'accélération. Selon la taille des gouttes, les modes observés et la fréquence, les diagrammes ont une allure générale commune, mais présentent des différences notamment quant à l'évolution de l'amplitude du mode $m=0$ après l'apparition des modes non-axisymétriques, et à la présence des modes polygonaux harmoniques.

Nous présentons d'abord un diagramme caractéristique de l'amplitude des modes $m = 0$ et $m = 2$ pendant le régime permanent et avec une accélération d'amplitude Λ croissante. (Fig. IV.8). Les amplitudes crête à crête des modes sont normalisées par le rayon moyen de la goutte.

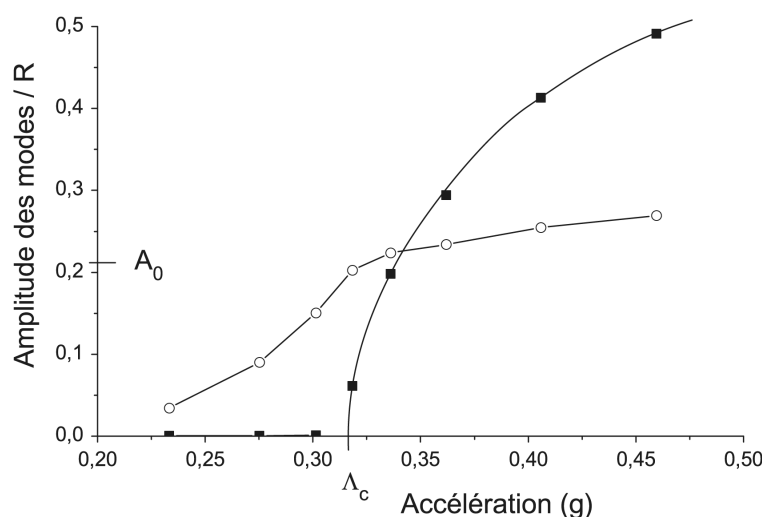


FIG. IV.8 – Diagramme d'amplitude pour de l'eau sur du PS, $f=7.3$ Hz, $R=10.6$ mm. ■ : mode $m=2$, ○ : mode $m = 0$. L'amplitude est normalisée par le rayon de la goutte R .

On constate qu'au-dessus d'une amplitude de l'ordre de 0.2 g le mode $m=0$ voit son amplitude augmenter régulièrement jusqu'à une valeur crête à crête valant environ 20 % du rayon moyen ($\Delta R/R = 0.2$). A cette amplitude, correspondant à l'accélération seuil $\Lambda_c = 0.32g$ apparaît le mode $m=2$. Sa croissance est ensuite rapide, alors que l'amplitude du mode $m=0$ devient quasiment constante du fait du couplage "inverse" entre mode $m=2$ et mode $m=0$ que l'on a déjà évoqué. L'amplitude du mode $m=2$ croît ensuite beaucoup plus lentement. Ce diagramme a l'allure du diagramme de bifurcation classique que l'on attend pour un oscillateur paramétrique.

IV.3.3 Diagramme de stabilité

En traçant des diagrammes d'amplitude à différentes fréquences, on a déterminé à chaque fois les seuils en accélération Λ_c et en amplitude A_0 du mode 0 juste avant l'apparition des modes polygonaux. Cela nous a permis de tracer des diagrammes de stabilité (fréquence-amplitude) définissant les régions pour lesquelles on a apparition des modes polygonaux (zones d'instabilité linéaire). La Fig IV.9 représente de tels diagrammes pour deux substrats différents, pour le mode $m = 2$.

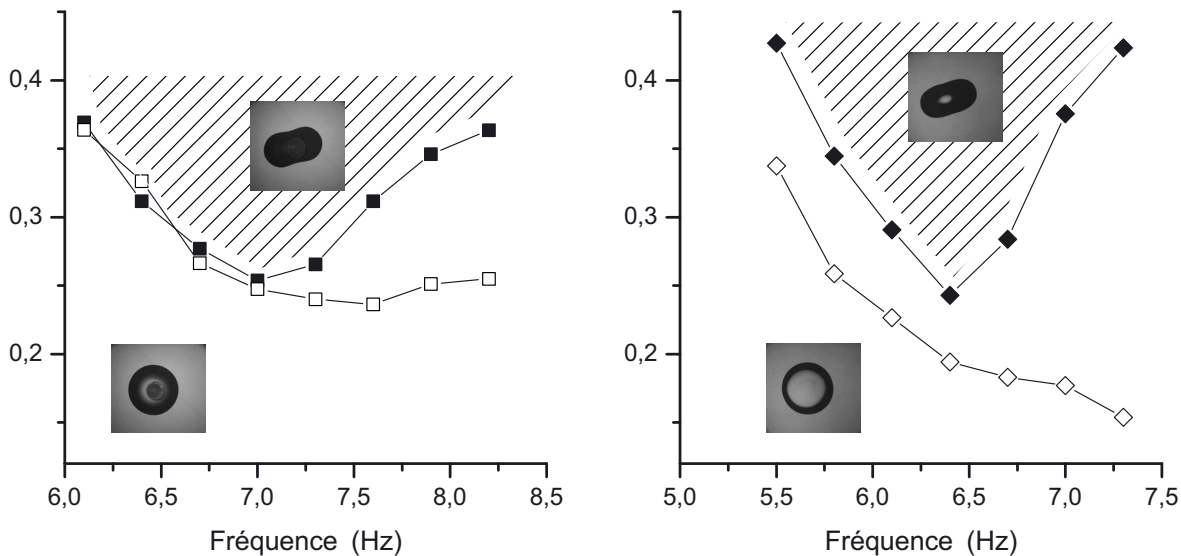


FIG. IV.9 – Diagramme de stabilité : les zones hachurées sont linéairement instables pour le mode $m=2$. A gauche : Eau sur Polystyrène ($\theta_E = 85^\circ$, $H=0.24$, $R=10.6$ mm). A droite : Eau sur Téflon ($\theta_E = 120^\circ$, $H=0.15$, $R=11.2$ mm). Les ■ et ◆ représentent les seuils d'instabilités : $3\Delta R/R$; les □ et ◇ représentent les seuils d'accélération : $3\Lambda_c/4g$.

En utilisant comme précédemment (on en verra la raison en IV.4) l'amplitude de l'accélération $3\Lambda_c/4g$ comme paramètre, les limites de la zone d'instabilité décroissent lorsque la fréquence augmente (symboles vides). Tandis que l'autre courbe (symboles pleins) montrant les valeurs de l'amplitude d'oscillation du rayon $3\Delta R/R$ présente un minimum et ressemble plus à la forme de langue que l'on observe pour les oscillateurs paramétriques. Sous la courbe, la goutte oscille mais reste circulaire, son rayon varie périodiquement. Au dessus de la courbe (zone hachurée) on observe les modes de déformation du contour $m = 2$ qui sont linéairement instables.

D'après le modèle de Yoshiyasu et al. [10], qui fait une hypothèse quasi-statique pour les fluctuations du rayon ($\frac{3\Delta R}{R_{eq}} = \frac{3\Delta g}{4g}$), les deux courbes devraient être identiques. En fait il n'en est rien du fait de la forte dépendance fréquentielle des variations du rayon, ainsi que l'effet de l'hystérésis et de la dissipation visqueuse. i) A basses fréquences, les deux courbes sont effectivement proportionnelles pour les deux substrats ce qui s'explique par le

fait que l'approche quasi-statique est vérifiée pour $\omega < \omega_{k=1}$. Pour le Teflon, la courbe du seuil en accélération est plus basse. Cela s'explique simplement d'après ce qu'on a vu en III.4.7 : la force d'excitation radiale ($A \propto (1 - \cos\theta_E)$) est plus grande et le terme de frottement solide ($\mu \propto H$) est plus faible. ii) A plus hautes fréquences, l'oscillation du rayon présente sa première résonance et une faible accélération est suffisante pour obtenir une grande réponse du mode $m=0$. Si l'on augmente encore la fréquence, on peut observer le mode sous-harmonique $m=3$. Mais au-delà de la zone de résonance du mode $m=0$, à moins d'avoir une excitation très forte, la ligne reste accrochée par le substrat et nous n'avons pu observer aucune fluctuation du contour. Ce point est crucial : pour pouvoir observer les modes de contour, les oscillations du rayon doivent être suffisamment grandes, on doit avoir un accord entre une résonance du mode $m=0$ et le double de la fréquence d'un mode m que l'on veut observer.

Ces diagrammes de stabilité ne sont pas évidents à tracer en fonction de l'amplitude du mode $m=0$ car celle-ci peut varier assez rapidement près du seuil. De plus nous présentons ici des diagrammes pour le mode $m=2$, que l'on peut tracer plus facilement car pour les tailles de gouttes utilisées, la première résonance du mode $m=0$ correspond à celle du mode sous-harmonique $m=2$. Lorsque les résonances du mode $m=0$ et celles des modes m ne se recouvrent que partiellement, le tracé est plus difficile. Des expériences complémentaires seraient nécessaires pour étudier les mêmes diagrammes pour les autres modes $m=3, 4 \dots$

IV.3.4 Effets d'hystérésis de l'amplitude des modes

Nous avons vu que pour chaque fréquence, il existe un seuil en accélération Λ_c au-dessus duquel on observe le mode m qui nous intéresse. Les diagrammes d'amplitude ont l'allure de celui présenté en IV.3.2. Nous avons observé selon la fréquence que la bifurcation associée au phénomène pouvait être supercritique (même comportement lorsque l'amplitude d'excitation augmente et diminue) mais aussi sous-critique, c'est-à-dire que l'on observe un effet d'hystérésis, lorsque l'amplitude est augmentée puis diminuée, on ne décrit pas la même courbe. On continue à observer les modes en diminuant l'excitation à une valeur inférieure au seuil mesuré en augmentant l'amplitude. On a observé ce phénomène de manière notable pour des fréquences supérieures à la résonance du mode de contour. Une étude plus approfondie pourrait déterminer les domaines où le phénomène apparaît, et préciser si la cause est uniquement liée au couplage paramétrique ou si la dynamique particulière du mode $m=0$ entre en jeu. On présente Fig. IV.10 l'amplitude du mode $m=3$ lorsqu'on augmente progressivement l'accélération puis lorsqu'on la diminue.

On vérifie la nette différence de comportement entre l'augmentation et la diminution de l'accélération.

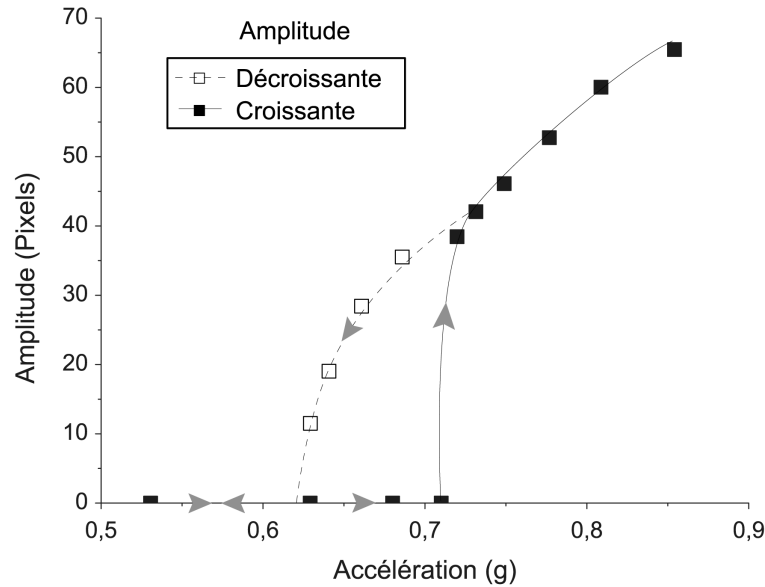


FIG. IV.10 – Amplitude du mode $m=3$ en fonction de l'accélération, eau sur PS, $f=10$ Hz, $R=10.5$ mm. ■ : amplitude croissante, □ : amplitude décroissante. Les courbes sont des guides pour les yeux.

IV.3.5 Modes harmoniques

Nous avons vu que l'on pouvait observer différents modes harmoniques, c'est-à-dire dont la fréquence d'oscillation vaut celle d'excitation. Souvent ces modes apparaissent avant les modes sous-harmoniques lorsqu'on augmente l'amplitude, ils disparaissent lorsque les modes sous-harmoniques ont une certaine amplitude. La dynamique de croissance dans le domaine exploré est différente, elle ressemble fortement à celle du mode $m=0$, c'est-à-dire celle du régime transitoire d'un oscillateur forcé.

IV.3.6 Fréquences de résonance

La détermination précise des fréquences de résonance des différents modes est assez fastidieuse. Il faut tracer pour chaque goutte le diagramme de stabilité en fonction de la variation du rayon. Il faut donc faire varier la fréquence et l'amplitude pour obtenir un nombre suffisant de points qui sont autant de films à réaliser avec la caméra rapide. Une fois le diagramme obtenu, la fréquence est déterminée comme étant la valeur correspondant au minimum de la courbe (seuil le plus faible). La plus grosse difficulté dans la détermination de ces fréquences de résonance, notamment pour les modes m supérieurs à 3, est de pouvoir tracer le diagramme complètement, c'est-à-dire avoir dans la zone de résonance une amplitude suffisante des oscillations du rayon. Ce n'est pas toujours le cas. On a tracé quelques valeurs des fréquences de résonance mesurées pour le mode $m = 2$ en fonction de l'inverse $1/R$ du rayon

maximal de la goutte (Fig. IV.11) pour de l'eau sur du Téflon.

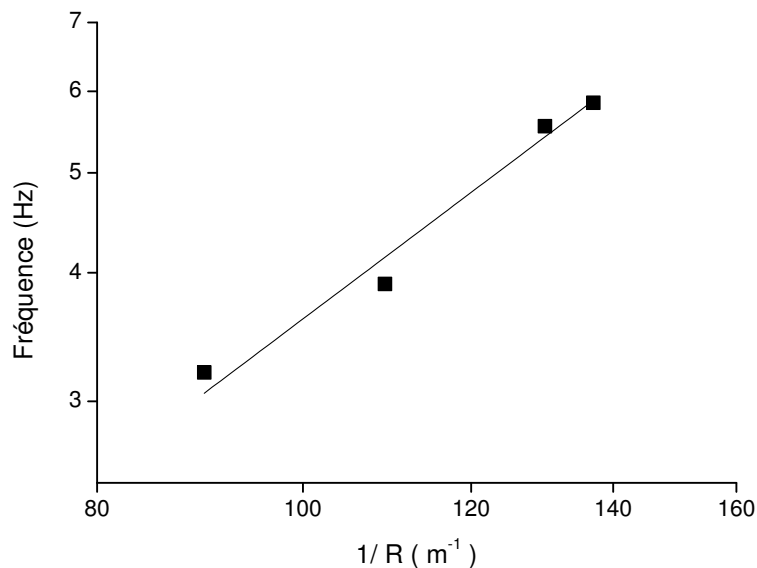


FIG. IV.11 – Fréquence du mode $m = 2$ en fonction de $1/R$, eau sur Téflon. L'ajustement en puissance donne $f = 0.0029 (1/R)^{1.55}$

On trouve un exposant 1.55 proche de l'exposant théorique 1.5. Il faut noter tout de même que le domaine de variation du rayon est assez restreint. Le préfacteur vaut théoriquement 0.0027 S.I. On le calcule en écrivant $f = (1/2\pi)\sqrt{\mathcal{T}m(m^2 - 1)/(\rho e_c)}R^{-3/2}$, $m=2$, e_c et \mathcal{T} sont déduits des relations I.11 et II.8 en prenant $\theta_E = 120^\circ$. Le meilleur ajustement donne une valeur (0.0029) proche de celle donnée par le calcul.

IV.4 Interprétation

Nous avons étudié au chapitre II les modes de fluctuation se propageant le long de lignes triples flottantes pour des longueurs d'onde grandes devant la longueur capillaire et nous avons présenté un calcul théorique des fréquences naturelles de ces modes en géométrie cylindrique pour des flaques flottantes de rayon grand devant la longueur capillaire (II.8). Les fréquences naturelles des modes sur substrat solide se déduisent en retirant simplement le coefficient 2 de la relation II.55 puisqu'il n'y a qu'un liquide à considérer, on a :

$$\omega_m^2 = \frac{\mathcal{T}}{\rho e_c} \frac{m(m^2 - 1)}{R_{eq}^3} \quad (\text{IV.4})$$

Avec \mathcal{T} la tension de ligne macroscopique, m le numéro du mode (correspondant au nombre de lobes), R_{eq} est le rayon d'équilibre de la goutte.

L'utilisation des valeurs théoriques (voir chapitre II) pour \mathcal{T} et e_c permet de calculer en fonction de l'angle de contact les fréquences naturelles des modes (Eq. IV.4). On obtient dans la limite des petits angles la relation : $\omega_m^2 = \frac{\gamma\theta_E}{2\rho} \frac{m(m^2-1)}{R^3}$.

Sans dissipation

Dans l'approximation linéaire, sans dissipation, l'amplitude de chaque mode m est régie par une équation d'oscillateur harmonique :

$$\frac{d^2\alpha_m}{dt^2} + \omega_m^2 \alpha_m = 0 \quad (\text{IV.5})$$

La relation IV.4 nous indique que la fréquence dépend fortement du rayon de la goutte, par conséquent chaque mode m se comporte comme un oscillateur (Eq. IV.5) dont au moins un de ses paramètres varie avec le temps, c'est un oscillateur paramétrique. On a $\omega_m(t)$.

On écrit en première approximation que le rayon de la goutte suit des variations sinusoïdales de petite amplitude : $R = R_{eq} - \Delta R \cos(\omega_e t)$, on a ainsi :

$$\omega_m^2(t) = \omega_m^2(R_{eq}) \left(\frac{R_{eq}^3}{(R_{eq} - \Delta R \cos(\omega_e t))^3} \right) \simeq \omega_m^2(R_{eq}) \left(1 + 3 \frac{\Delta R}{R_{eq}} \cos(\omega_e t) \right) \quad (\text{IV.6})$$

L'équation de l'oscillateur est un cas particulier d'oscillateur paramétrique décrit par l'équation de Mathieu :

$$\ddot{\alpha}_m + \omega_m^2(R_{eq}) (1 + b \cos(\omega_e t)) \alpha_m = 0 \quad \text{avec} \quad b = \frac{3\Delta R}{R_{eq}} \quad (\text{IV.7})$$

Le paramètre b est donc directement relié à l'amplitude des oscillations du rayon que nous avons décrite au chapitre III.

- On a vu qu'à très basses fréquences (voir III.4.7), on avait un régime quasi-statique pour lequel :

$$\frac{3\Delta R}{R_{eq}} = \frac{3a}{4g} \quad (\text{IV.8})$$

- Pour des fréquences quelconques, le paramètre b varie fortement avec la fréquence (résonances centrées autour des fréquences ω_k), on détermine b expérimentalement. Pour pouvoir observer un mode de contour m , la fréquence d'excitation ω_e doit non seulement vérifier $\omega_e \sim 2\omega_m$ mais on doit aussi avoir un accord $\omega_e \sim \omega_k$. Nous avons surtout considéré le cas $k = 1$ discuté au chapitre III, mais on peut observer des modes de contour à fréquences élevées, autour des différentes résonances pour les oscillations du rayon. On a dans la limite des grosses gouttes :

$$\omega_{k=1} \propto \frac{1}{R}$$

Les modes de contour présentent des résonances pour

$$\omega_m \propto \left(\frac{m}{R}\right)^{3/2}$$

Cette différence d'exposant pour le rayon induit donc des comportements différents selon la taille de la goutte, car l'accord entre les différentes résonances change.

Nous décrivons maintenant quelques caractéristiques de l'équation de Mathieu (voir notamment [12]) qui permettent d'interpréter nos résultats.

Sa résolution globale est très complexe. Une propriété importante est l'existence de domaines d'instabilité dans le plan (ω_e, b) . Dans ces différents domaines, on observe un phénomène de résonance qui voit l'amplitude augmenter exponentiellement : c'est la résonance paramétrique. En réalité les oscillations saturent du fait d'effets non linéaires non inclus dans l'équation de Mathieu (IV.7). On considère la résonance principale : elle se produit pour $\omega_e = 2\omega_m$, on note donc $\omega_e = 2\omega_m + \varepsilon$, avec $\varepsilon \ll \omega_m$. On cherche des solutions de la forme : $y = y_0 e^{st} \cos((\omega_m + \frac{\varepsilon}{2})t)$. On trouve au premier ordre en ε [12] :

$$s^2 = \frac{1}{4} \left(\left(\frac{b\omega_m}{2} \right)^2 - \varepsilon^2 \right) \quad (\text{IV.9})$$

La condition de résonance est donnée par s réel, soit :

$$-\frac{b\omega_m}{2} < \varepsilon < \frac{b\omega_m}{2} \quad (\text{IV.10})$$

La résonance paramétrique peut aussi s'observer autour des fréquences $\omega_e = 2\omega_m/n$, avec $n = 1$ (correspondant à la résonance principale), $n = 2$ (mode harmonique), $n = 3, 4, \dots$

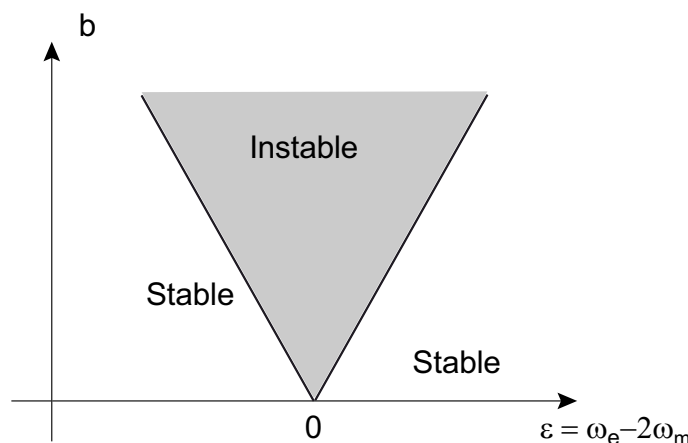


FIG. IV.12 – Diagramme de stabilité pour la résonance principale de l'équation de Mathieu sans dissipation, dans le plan (b, ε) .

On constate à la Fig. IV.9 que le diagramme de stabilité expérimental à l'allure de celui calculé ci-dessus, néanmoins on constate que le seuil le plus bas est nettement supérieur à 0,

c'est le signe d'une dissipation. Dans notre cas celle-ci a deux sources principales : un terme de frottement fluide et un terme de frottement solide.

Effets de la dissipation

On rajoute ainsi deux termes de friction à l'Eq. IV.7 :

i) Une force de dissipation visqueuse, au niveau de la couche limite près du solide, décrite par un terme : $2\lambda\dot{\alpha}_m$.

ii) Une force de friction solide due à l'hystérésis de l'angle de contact, (déjà discutée au chapitre III pour des modes axisymétriques) : $\mu \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}_m)$.

En présence de ces deux forces de friction, l'Eq. IV.7 devient :

$$\boxed{\ddot{\alpha}_m + \omega_m^2(R_{eq})(1 + b \cos(\omega_e t)) \alpha_m + 2\lambda\dot{\alpha}_m + \mu \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}_m) = 0} \quad (\text{IV.11})$$

On a pour le coefficient b dans le régime quasi-statique :

$$b = \frac{3\Delta R}{R_{eq}} \simeq \frac{3\Lambda}{4g} \sqrt{1 - \left(\frac{4}{\pi} \frac{\mu}{A}\right)^2} \quad (\text{IV.12})$$

où μ est le coefficient de frottement associé à l'hystérésis de l'angle de contact et A l'amplitude de la force radiale induite par les vibrations (proportionnelle à Λ/g). Lorsque $\mu/A \rightarrow 0$, on retrouve le modèle utilisé par Yoshiyasu et al. [10] :

$$\frac{3\Delta R}{R_{eq}} = \frac{3a}{4g} \quad (\text{IV.13})$$

Pour calculer les termes de dissipation, on écrit en loi d'échelle l'équation de la dynamique de fluctuation d'une ligne droite pour un vecteur d'onde q et une déformation u (comme en II.7.1). Le terme inertiel s'écrit : $\rho e q^{-1} \ddot{u}$, la force de rappel élastique vaut : $\mathcal{T} q^2 u$. Pour le terme visqueux, on a : $\eta \dot{u} q^{-1} / \ell_\omega$, où $\ell_\omega = \sqrt{\nu / \omega_m}$ est l'épaisseur de la couche limite. Enfin pour le terme de frottement solide : $(\gamma H / 2) \operatorname{sgn}(\dot{u})$. On a ainsi l'équation :

$$\rho e q^{-1} \ddot{u} + \mathcal{T} q^2 u + \frac{\eta q^{-1}}{\ell_\omega} \dot{u} + \frac{\gamma H}{2} \operatorname{sgn}(\dot{u}) = 0 \quad (\text{IV.14})$$

En divisant par $\rho e c q^{-1}$, on obtient :

$$\ddot{u} + \frac{\mathcal{T} q^3}{\rho e c} u + \frac{\eta}{\rho e c \ell_\omega} \dot{u} + \frac{\gamma H q}{2 \rho e c} \operatorname{sgn}(\dot{u}) = 0 \quad (\text{IV.15})$$

On repasse à la description d'une ligne circulaire en prenant $q \simeq m / R_{eq}$, on retrouve pour les deux premiers termes l'Eq. IV.5. On en déduit par identification les coefficients :

$$\boxed{\lambda = \eta / (2 \rho e c \ell_\omega) = \sqrt{\nu \omega_m} / 2 e c}, \text{ et } \boxed{\mu = (m \gamma H) / (2 \rho e c R_{eq})}.$$

- Frottement fluide

• Dans le cas où $\mu = 0$, le domaine de résonance n'est plus donné par l'Eq. IV.10, on a des solutions de la forme $y = y_0 e^{(s-\lambda)t} \cos((\omega_m + \frac{\varepsilon}{2})t)$, la limite d'instabilité est donnée par :

$$-\sqrt{\left(\frac{b\omega_m}{2}\right)^2 - 4\lambda^2} < \varepsilon < \sqrt{\left(\frac{b\omega_m}{2}\right)^2 - 4\lambda^2} \quad (\text{IV.16})$$

A n'importe quelle fréquence, on doit dépasser un seuil fini pour observer la résonance ($b > 4\lambda/\omega_m$). On montre l'allure dans le diagramme (ω_e, b) du domaine de stabilité de la résonance principale avec frottement fluide Fig. IV.13, d'après l'Eq. IV.16.

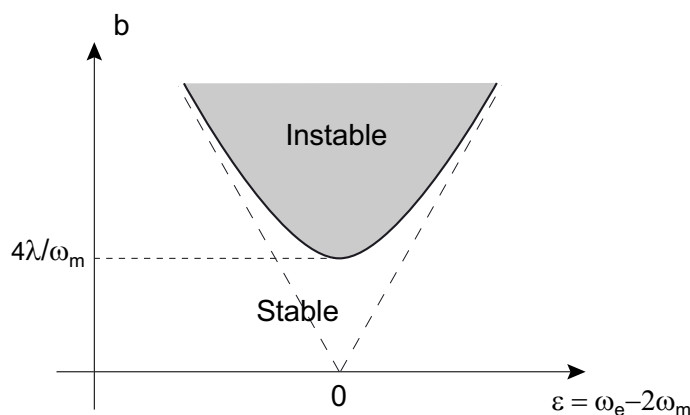


FIG. IV.13 – Diagramme de stabilité pour la résonance principale de l'équation de Mathieu avec frottement fluide, dans le plan (b, ε)

Ce diagramme correspond au diagramme expérimental (Fig. IV.9) mesuré pour le mode $m=2$ sur du polystyrène et du Téflon. On note que les symboles pleins (paramètre $b = 3\Delta R/R$) représentent mieux la forme caractéristique de langue pour le domaine instable. L'accélération n'est pas le paramètre direct pour juger de la stabilité des modes. On note aussi, comme mentionné précédemment que la dissipation visqueuse n'est pas négligeable puisque le seuil minimal est de l'ordre de $b_c = 0.25$. Cela permet de calculer λ pour ces mesures : $\lambda \simeq 0.06 \omega_{m=2} \sim 1.2 \text{ s}^{-1}$. Le calcul (IV.15) donne $\lambda_{th} = 0.6 \text{ s}^{-1}$, l'ordre de grandeur est donc très bon. La différence s'explique vraisemblablement par le fait que l'on n'a pas tenu compte de la dissipation particulière dans le coin de liquide au niveau de la ligne de contact qui augmenterait la valeur de λ_{th} .

D'un point de vue quantitatif, on trouve expérimentalement que les limites asymptotiques des domaines d'instabilité (droites de l'Eq. IV.10) ont une pente plus faible que ce qui est prévu par la théorie (plusieurs dizaines de %). Cela nous indique que l'on observe les modes pour des excitations inférieures à ce qui est prévu. Il est possible que la variation d'angle de contact ou de hauteur de la goutte contribue aussi à l'excitation des modes via

les termes \mathcal{T} et e_c comme le fait la variation du rayon dans notre modèle de base. Un autre problème dont on a déjà parlé (et que l'on abordera de nouveau pour expliquer les valeurs du temps de montée de l'instabilité), est la différence d'amplitude pour $\Delta R/R$ entre le régime transitoire où les modes ont une faible amplitude et le régime permanent. Dans ce régime, une partie de l'énergie injectée excite les modes de contour et l'amplitude de ΔR peut diminuer nettement, ce qui conduit à une mesure des seuils plus faibles, car on a mesuré ces seuils en régime permanent. En réalisant de nouvelles expériences en régime transitoire et en mesurant l'amplitude maximale atteinte par $3\Delta R/R$ au seuil d'instabilité ($3\Delta R_{max}/R$), on a pu déterminer un diagramme de stabilité (Fig. IV.14) en très bon accord quantitatif avec les prévisions théoriques de IV.16.

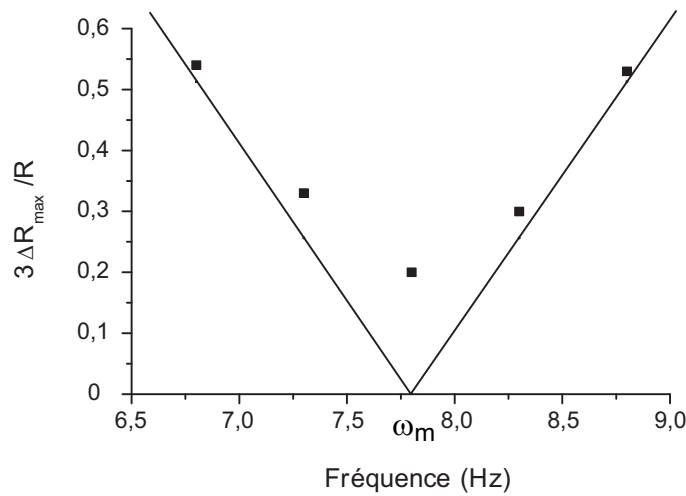


FIG. IV.14 – Eau sur Téflon ($\theta_E = 120^\circ$, $H=0.15$, $R=9.3$ mm). Diagramme de stabilité pour le mode $m=2$: valeur maximale seuil $3\Delta R_{max}/R$ en fonction de la fréquence. Les droites représentent les limites théoriques pour une fréquence de résonance $\omega_{m=2} = 3.9$ Hz données par IV.10.

- s est toujours donné par IV.9, on calcule :

$$s = \frac{\omega_m}{4} \sqrt{b^2 - \left(\frac{2\varepsilon}{\omega_m}\right)^2} \quad (\text{IV.17})$$

Le temps τ de montée de l'instabilité s'écrit ainsi :

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_m}{4} \sqrt{b^2 - \left(\frac{2\varepsilon}{\omega_m}\right)^2} - \lambda \quad (\text{IV.18})$$

On a tracé Fig. IV.15 pour différentes valeurs de ε l'inverse du temps de montée de l'instabilité en fonction de b . Lorsque le coefficient λ varie, on a décalage vers le haut ou le bas de ces courbes, dont on ne considère que la partie positive.

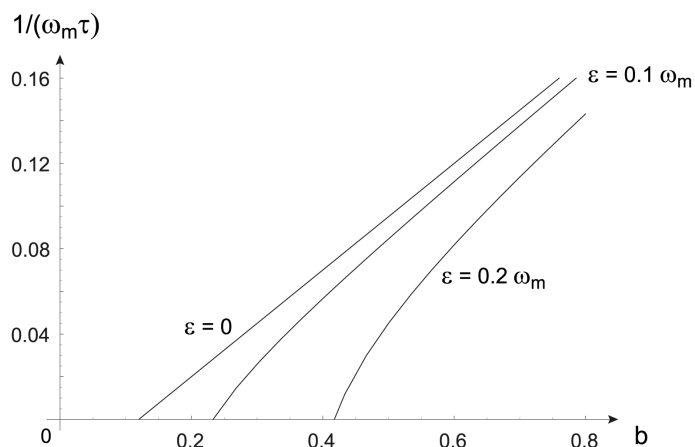


FIG. IV.15 – Temps de montée théorique : $1/(\omega_m \tau) = (s - \lambda)/\omega_m$. On a pris $\varepsilon = 0, 0.1/\omega_m$, et $0.2/\omega_m$. On a $\lambda/\omega_m = 0.03$.

A la Fig. IV.16, on a tracé l'inverse du temps de montée théorique de l'instabilité (axe vertical) en fonction du paramètre b comme précédemment et de ε . L'intersection de cette surface avec le plan $1/\tau = 0$ donne le diagramme de stabilité Fig. IV.13. L'intersection de la surface avec un plan $\varepsilon = \text{constante}$ donne les courbes de la Fig. IV.15.

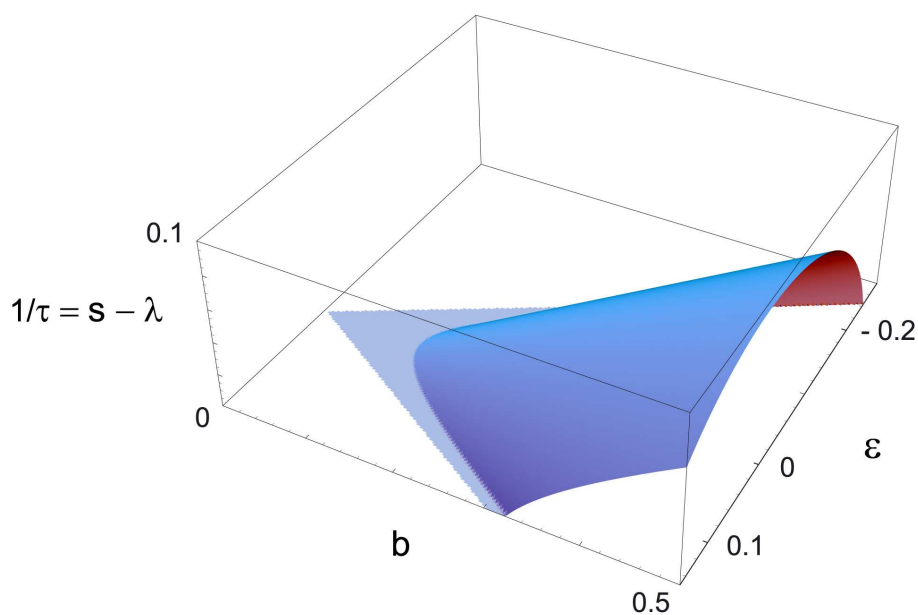


FIG. IV.16 – Temps de montée théorique : $1/\tau$ (axe vertical) en fonction de b et de ε . Une coupe horizontale donne le diagramme de stabilité pour différentes valeurs de λ , une coupe verticale pour ε constant donne le temps de montée en fonction de b .

On trouve pour les temps de montée de l'instabilité, un bon accord qualitatif entre les résultats expérimentaux (Fig. IV.7) et la description théorique ($1/\tau$ fonction de $b = 3\Delta R/R$). L'inverse du temps de montée augmente avec b . La pente est plus faible près de la résonance

($\sim 8\text{Hz}$) que pour les deux autres valeurs (7.4 Hz et 9.3 Hz). Néanmoins, la pente de la droite pour la fréquence 8 Hz vaut environ 40 s^{-1} alors que la valeur théorique donnée par IV.18 est de 6 s^{-1} . Cette grande différence s'explique principalement par le fait que les valeurs pour la variation du rayon ont été mesurées dans le régime permanent qui suit la croissance des modes. Il se trouve que l'amplitude de la variation du rayon au début de la croissance peut-être beaucoup plus grande que dans le régime permanent, comme on l'a discuté précédemment et en IV.3.1. On a donc mesuré la valeur instantanée de $3\Delta R/R$ après le régime transitoire pour les oscillations du rayon, mais avant que le mode de contour n'ait une amplitude trop grande (au début de la période de croissance). Ces mesures sont assez peu précises, on obtient la courbe (Fig. IV.17), analogue à celle de droite de la Fig. IV.7. On trouve des valeurs de $3\Delta R/R$ plus élevées, on mesure alors une pente pour la courbe à 8 Hz valant 14 s^{-1} , ce qui est plus proche de la valeur théorique attendue ici : 6 s^{-1} .

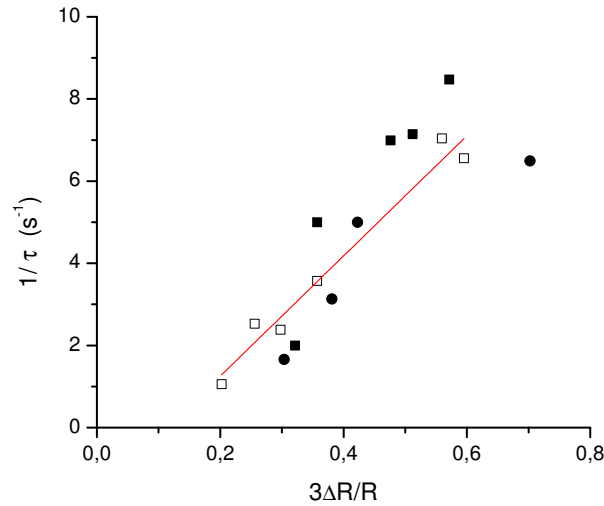


FIG. IV.17 – Temps de croissance de l'instabilité du mode $m=2$ en fonction de la variation du rayon ($3\Delta R/R$). ■ : 9.3 Hz, □ : 8 Hz, ● : 7.4 Hz. On a fait figurer un ajustement linéaire pour la courbe à 8 Hz. Téflon, $R=9.3\text{ mm}$.

- Frottement solide

Le terme de frottement solide n'induit pas une décroissance exponentielle mais linéaire de l'amplitude du mode. On l'a vu au chapitre III, à chaque période, l'amplitude u diminue d'une même quantité. Ainsi on écrit

$$\frac{du}{dt} = su - V \quad (\text{IV.19})$$

avec $V = \frac{2\mu}{\pi\omega_k}$, d'après l'Eq. III.35. La croissance du mode s'écrit donc

$$u - \frac{V}{s} = \left(u_0 - \frac{V}{s}\right) e^{st} \quad (\text{IV.20})$$

On a croissance du mode uniquement si $su_0 > V$. On doit soit avoir au début des oscillations une perturbation d'amplitude u_0 conséquente pour que le mode croisse, soit avoir une valeur élevée de s , c'est à dire être largement au-dessus du seuil.

IV.5 Conclusion et Perspectives

Nous avons étudié les modes de contour d'une goutte soumise à des vibrations verticales. Ces modes réguliers, caractérisés par leur nombre de lobes m sont identiques aux modes se propageant le long d'une ligne triple, étudiés au chapitre II. Dans le cas du substrat solide, ces modes sont très difficilement observables car la ligne est piégée par l'hystérésis de l'angle de contact, surtout aux grandes longueurs d'ondes. Nous avons vérifié que les effets de l'hystérésis peuvent être réduits grâce à l'énergie apportée par les vibrations.

Nous avons étudié quantitativement l'amplitude des modes en faisant varier la fréquence f , l'accélération Λ et le rayon des gouttes R . On a pu mesurer différentes caractéristiques de ces oscillations, qui correspondent à celles d'un oscillateur paramétrique. Les modes principaux observés sont sous-harmoniques, leur fréquence valant la moitié de la fréquence d'excitation (résultat déjà observé par Yoshiyasu et al. [10]). Ils n'apparaissent qu'au-dessus d'un seuil en accélération dépendant de la fréquence. Leur amplitude croît alors exponentiellement avec un temps caractéristique d'autant plus long que l'on s'approche du seuil par valeurs supérieures. L'amplitude des oscillations en fonction de l'amplitude d'excitation a l'allure d'un diagramme de bifurcation classique. Ces diagrammes fournissent pour chaque fréquence la valeur du seuil d'instabilité. Rassemblés sur un graphique fréquence-amplitude, on obtient un diagramme de stabilité qui a une forme de langue caractéristique de l'oscillateur paramétrique (Fig. IV.12).

Nous avons interprété théoriquement le rôle du frottement solide sur l'instabilité paramétrique (IV.20). Ce traitement n'existe pas à notre connaissance dans la littérature.

Durant les oscillations, certaines parties de la ligne avancent quand d'autres reculent, cela peut expliquer les variations non sinusoïdales (même à faible amplitude) de l'amplitude du mode α_m . Il serait donc intéressant de mener une étude locale sur le mouvement particulier de la ligne de contact.

Nous avons pu observer les modes pour un angle de contact aussi faible que 50° en utilisant de l'éthanol sur les substrats en Téflon. Une étude complémentaire pourrait s'attacher à mesurer la dépendance en fonction de l'angle de contact des fréquences de résonances.

Nous avons aussi observé des modes oscillant à la fréquence d'excitation (harmoniques). Des expériences supplémentaires seraient nécessaires pour étudier plus précisément les régions où apparait un phénomène d'hystérésis pour l'amplitude des modes (différent de l'hystérésis de l'angle de contact). On préciserait ainsi le caractère super critique (pas d'effet d'hys-

térésis pour l'amplitude des modes) ou sous critique (effet d'hystérésis) de la bifurcation. Différents phénomènes intéressants restent à étudier (oscillations quasi-périodiques, doublement de période, compétition entre modes harmoniques et sous-harmoniques ou entre modes sous-harmoniques de nombre m différent...).

Bibliographie

- [1] Noblin X., Buguin A., and Brochard-Wyart F., *Langmuir* 18, 9350 (2002).
- [2] Noblin X., Buguin A. and Brochard-Wyart F., *Eur. Physical Journal E*, 14, 4, 395 (2004)
- [3] Biance A.L., Quéré D., *Physics of Fluids*, (2002)
- [4] Adachi K. and Takaki R. *Journal of the Physical Society of Japan* 53 (12) 4184.(1984)
- [5] Strier D.E., Duarte A.A., Ferrari H. and Mindlin G.B. *Physica A* 283, 261 (2000)
- [6] Adachi K. and Takaki R. *Journal of the Physical Society of Japan* 54 (7) 2162.(1985)
- [7] Aussillous P. and Bergeron, V., *Personnal communication*.
- [8] Fautrelle Y. and Etay J., *J. Phys. IV France* 11, 6-43 (2001).
- [9] Vukasinovic B. et al. *Phys. Fluids* 13 (S14) (2001).
- [10] Yoshiyasu N. et al. *Journal of the Physical Society of Japan* 65 (7) 2068 (1996).
- [11] de Gennes P.G., Brochard-Wyart F., and Quéré D. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. (Belin, Paris, 2002)
- [12] L. Landau, E. Lifchitz ; *Mécanique* (4^{ème}ed. (ed. Mir, 1982).

